基于 RC 暂态的液体介电常数传感器的设计

梁忠毅，邢倡基，刘子涵，胡哲豪

（长春理工大学 长春市 130000）

摘要：本项目的创新课题是基于 RC 暂态的液体介电常数测定仪。我们根据平行板电 容器电容决定式与介电常数表达式，辅以数学推导和 Multisim RC 暂态电路仿真、 COMSOL 仿真，提出一种能够测量液体介电常数的新理论方法。本系统在工作过程中电容器放电的时间可以精确到纳秒级别，测量液体的介电常数精确度可以达到目前需求的至少两位小数。

关键词：Multisim RC 暂态电路仿真;COMSOL 仿真

Design of liquid permittivity sensor based on RC transient

Zhongyi Liang Changji Xing Zihan liu Zhehao Hu

(Changchun University of Science and Technology the Changchun City 130000)

Abstract: The innovative topic of this project is a liquid permittivity tester based on RC transient. Based on the capacitance determination formula and permittivity expression of the parallel plate electric vessel, we propose a new theoretical method to measure the permittivity of liquid, supplemented by mathematical derivation, Multisim RC transient circuit simulation and COMSOL simulation. In the process of working, the capacitor discharge time can be accurate to nanosecond level, and the precision of measuring the dielectric constant of liquid can reach at least two decimal places.

Keywords: Multisim RC transient circuit simulation;Comsol simulation

1 传感器设计背景和应用价值

设计背景：介电常数是表征介质材料的介电性质或极化性质的物理参数。其值等于以预测材料为介质与以真空为介质制成的同尺寸电容器电容量之比，该值也是材料贮电能力的表征。也称为相对电容率。不同材料不同温度下的相对介电常数不同，利用这一特性可以制成不同性能规格的电容器或有关元件。

应用价值：介电常数广泛应用于电磁学、电介质物理学、电动力学、材料科学等学科，其在生产生活中有很多应用：

1)用来制作各种型号和大小的电容器；

2)应用于半导体工业，生产集成电路；

3)应用于材料化学，制作各种新型材料；

4)用于制造压电陶瓷，应用于微波领域和通信工程。

2　创新点与优势

本项目不同于以往的电压脉冲测量方法，另辟新径，创新性地采用了 RC 暂态电路的思想，将电容器电容值、放电时间、板间电介质之间的关系定量分析，电路设计和和数据处理效率更加优化，操作更加简便。

产品优势：

（1）集成化设计，数据一目了然。

（2）模块化设计，维修性好，可操作性强。

（3）加工简便，工艺条件容易保证。

（4）产品适用范围广，潜在用户群体大。

（5）易于功能系列化，推动衍生产品发展。

3　实现方案简介

3.1 设计原理

本产品是一种能够定量测量液体介电常数的产品，采用电介质大小影响平行板电容器电容大小、和电容大小影响 RC 串联电路充放电响应进程的特性，在定性、定量分析了上述问题以后，提出了概念模型，整体设计包括：信号源、储液装置、平行板传感器、处理电路、信号处理、终端指示。

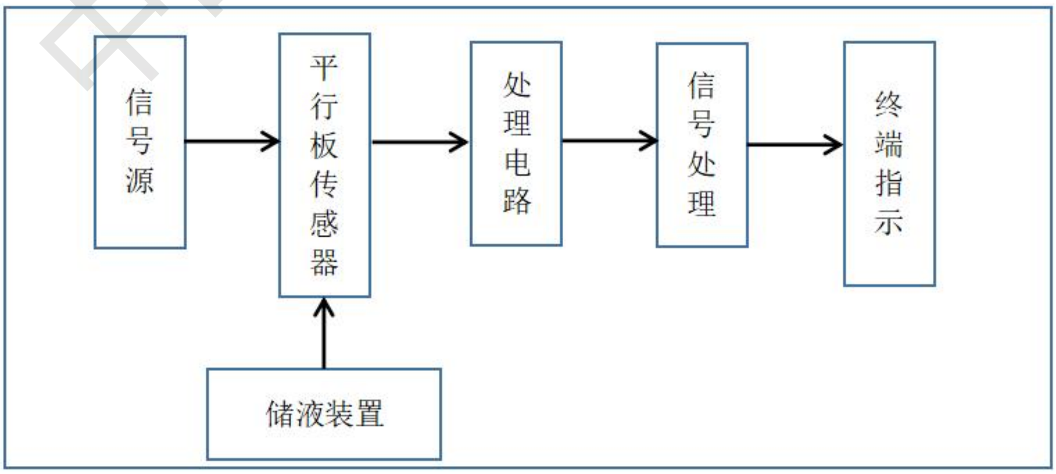

图 1　概念模型

对于测量某液体的介电常量，将该液体装入玻璃容器中，在知道玻璃的介电常数、玻璃容器壁的厚度、满载溶液的厚度、RC 电路响应时间、板面积和定值电阻的前提下，即可得到该液体的介电常量。

平行板传感器和储液模型设计

本产品中的平行板传感器是和储液容器固定在一起的，上下极板分别固定于容器内壁的上下表面，且板长和板宽均小于容器的长和宽，选用的容器材质是石英玻璃，整个装置分为外壳和平行板系统两部分组成，外壳设有两个注液口，一个出液口，一个排气孔。以下是储液模型的 3D 演示。

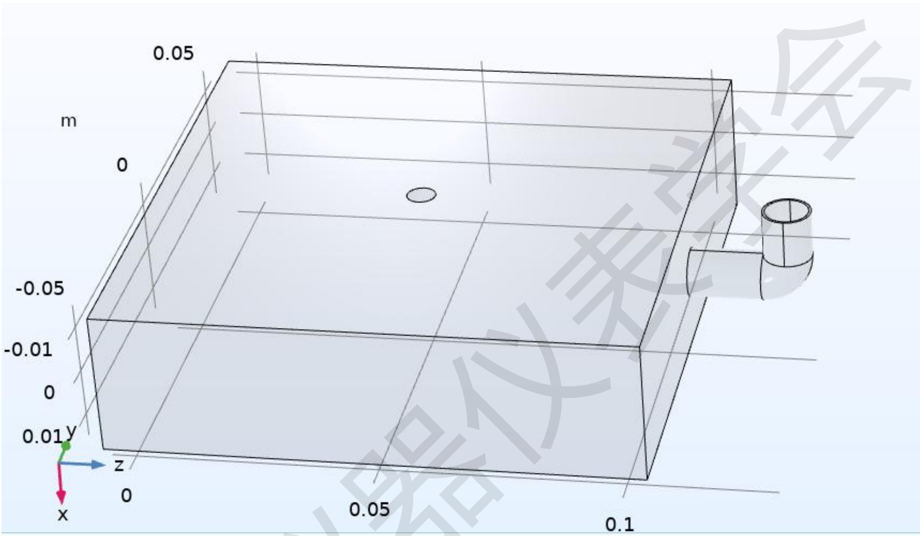

图 2　储液模型外部构造（外壳）

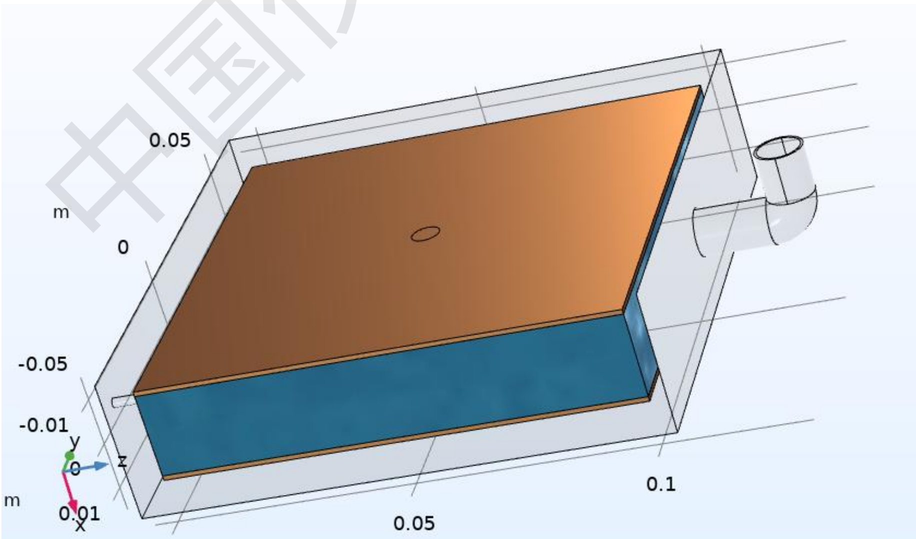

图 3　储液模型内部构造（棕色为上下极板，菊蓝色为待测液体）

电路设计

电路采用的信号源是10V直流稳压源，连接方式如下图，信号采集和处理采用PC虚拟示波器，通过USB在终端计算机上进行显示。

总体分为两部分，一部分为“一闭二开”的充电电路，即电容零状态响应电路；另一部分为“一开二闭”的放电电路，即电容零输入响应，不过该部分在本项目中的作用是给充满电的电容释放电能。

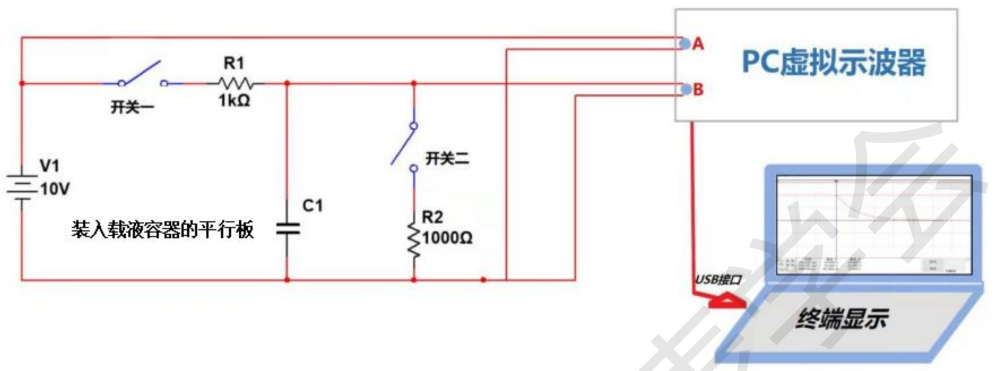

图4　电路结构

3.2 设计方法

根据平行板电容的电位分布和高斯分布可以得出平行板电容的决定式 $C=\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$ （其中d为平行板间距，ε_r 为板间绝缘物体的介电常数，ε_0 为真空中的介电常数，其值为 $8.854\times10^{-12}C^2/N\cdot m^2$，S为平行板的正对面积，极板采用金属铜材质，长和宽各是100mm，厚度1mm，两板间距为d=18mm。）

将上式反解得到 $\varepsilon_r=\dfrac{Cd}{\varepsilon_0 S}$ ------公式①，因此要求得介电常数只需要把电容值求出即可，

经过推导和证明电容值和RC零状态响应(充电过程)满足 $C=-\dfrac{t}{R\ln(1-m)}$ ------公式②，m是充电程度，（0<m<1）。

当m取1/2时，电容值和半响应时间△t之间的关系为 $C=\dfrac{\Delta t}{R\ln 2}$ ------公式③

公式①③联立得到板间质介电常数 $\varepsilon_r=\dfrac{\Delta t\cdot d}{\varepsilon_0 RS\ln 2}$ ------公式④

因此只需将待测液体装入系统中进行充放电，找到半响应时段，在已知该平行板系统的板间距、板正对面积的前提下即可求出待测液体介电常数。

公式推导与数学证明

对于板间充满一种介质的电容器 C=$\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}$，对应平行板情况如下图：

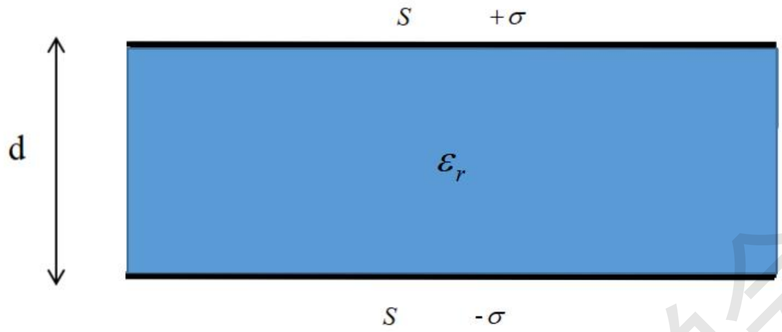

图 5　平行板电容器

如图八，上下极板的板面积是 S，板间距是 d，板间质介电常量是ε_r，上下极板的表面电荷密度是$\pm\sigma$，总电容值是 C。

电容计算式为$C=\frac{Q}{U}=\frac{\sigma}{Ed}$

根据高斯定律$\int\vec{D}\bullet d\vec{S}=Q_{encl}$和公式$D=\varepsilon_0\varepsilon_r E$可得$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r S}$代入电容计算式得到$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_r S}{d}$，反解板间质介电常数$\varepsilon_r=\frac{Cd}{\varepsilon_0 S}$-------公式①。

3.3 实验验证过程

RC 串联电路零状态响应的分析

RC 电路零状态响应电路如下图是图前半部分电容充电时的电路，以$U(t=0)=0$为初始条件做以下响应分析。

t=0 时开关闭合，有换路定则：$u_c(0_+)=u_c(0_-)=0$（后文微分方程的初始条件）

零时刻以后直流电压源 Us 与 R 、 C 构成回路，由 KVL 得：$u_R+u_c=u_s$

根据 VCR 得：$u_R=Ri(t)$

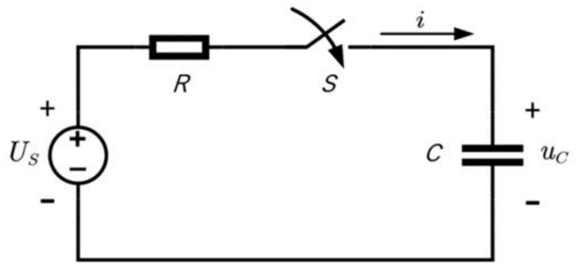

图 6　C 电路零状态响应电路示意图

由电容两端电压 $u_c(t)=\frac{1}{C}\int_{-\infty}^{t} i(\varsigma)d\varsigma$ 反解得到 $i(t)=C\frac{du_c}{dt}$。

将上面三个式子联立可得 $Ri(t)+\frac{1}{c}\int_{-\infty}^{t} i(\varsigma)d\varsigma=u_s$

$$RC\frac{du_c}{dt}+u_c=u_s$$

上式齐次特征方程：$RC\lambda^1+1\lambda^0=0$，得 $\lambda=-\frac{1}{RC}$

因此齐次微分方程的通解 $u_{ch}(t)=Ke^{\lambda t}=Ke^{-\frac{t}{RC}}(t\geq 0)$，(K 为常数)

而非齐次微分方程的特解 $u_{cp}(t)=u_c(\infty)=u_s$，

非齐次微分方程通解 $u_c(t)=u_{ch}(t)+u_{cp}(t)=\ Ke^{-\frac{t}{RC}}+u_s(t\geq 0)$

代入初始条件 $u_c(0_+)=K+u_s=0$ 得 $K=-u_s$

因此得到非齐次微分方程的通解，也是电容在零状态下充电时电压的响应方程：$u_c(t)=u_s(1-e^{-\frac{t}{RC}})=u_s(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$，$t\geq 0$，其中时间常数 $\tau=RC$。

Multisim 仿真 RC 零状态响应——验证上文方程

利用 RC 暂态电路的工作原理，在计算机上用 Multisim 拟连接出如下电路图：

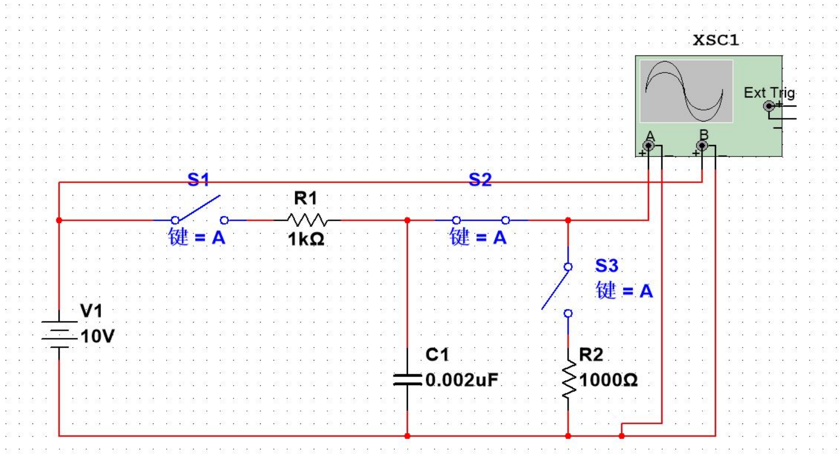

图 7　Multisim 电路仿真（其中，C1=2nf）

S2 始终闭合，先闭合 S3，断开 S1，使电容电荷全部释放；再闭合 S1 断开 S3 瞬间电容器 C1 充满电，观察示波器上关于电压值 U 与时间 t 的 U-t 的图像，如下图。

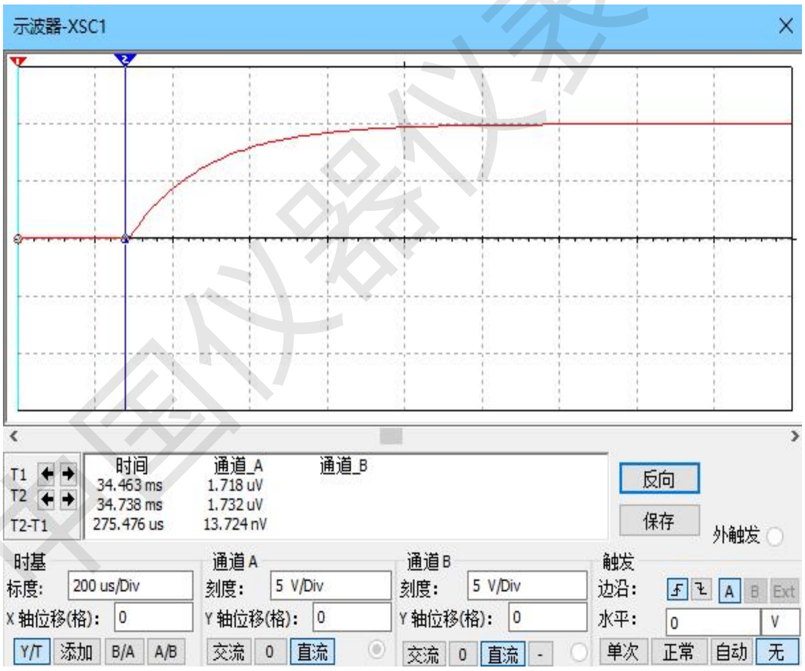

图 8　模拟数字示波器的显示

以上图的蓝线为纵轴（充电瞬间为 0 时刻），得到的电压响应图像走向与上文推导的 RC 串联零状态响应公式 $u_c(t)=u_s(1-e^{-\frac{t}{RC}})=u_s(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$ 吻合。

充电响应程度的定义和证明

在电容器充电这一过程中，简记电容两端电压为 $U(t)$，直流稳压源恒压为 U

上文已得出响应方程：$U(t)=U(1-e^{-\frac{t}{RC}})$

反解得到电容值：

$$C=-\frac{t}{R\ln\left[1-\frac{U(t)}{U}\right]}$$

t_0 时刻 $U(t_0)=U(1-e^{-\frac{t_0}{RC}})$，设 $m_0=\frac{U(t_0)}{U}$，其中 m_0 表示 t_0 时刻充电的程度。

如当 $m_0=\frac{1}{2}$ 时，t_0 时间内充电进行了 1/2，t_0 时刻瞬时电压相对值为 5V，即从 0V 充电到了 5V；

当 $m_0=\frac{2}{5}$ 时，t_0 时间内充电进行了 2/5，t_0 时刻瞬时电压相对值为 4V，即从 0V 放电到了 4V。

此时 $C=-\frac{t_0}{R\ln\left[1-\frac{U(t_0)}{U}\right]}=-\frac{t_0}{R\ln(1-m_0)}$。

那么对于 t 时刻，充电程度 $m=\frac{U(t)}{U}$，电路充电进行了 m，此时

$$C=\lim_{t_0\to t}\left\{-\frac{t_0}{R\ln\left[1-\frac{U(t_0)}{U}\right]}\right\}=-\frac{t}{R\ln\left[1-\frac{U(t)}{U}\right]}=-\frac{t}{R\ln(1-m)}$$

由此可证得电容值的另一种算法，即在 RC 零状态响应过程中，电容值大小与响应时间 t 和其对应的充电程度 m 有关，关系为 $C=-\frac{t}{\mathrm{Rln}(1-\mathrm{m})}$------公式②，$0<m<1$。

充电程度 m 与时间 t 的关系

其实 m 也是 t 的一个函数，存在唯一确定关系，由 $U(t)=U(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ 和 $m=\frac{U(t)}{U}$ 可以得到 $m(t)=1-e^{-\frac{t}{\tau}}=1-e^{-\frac{t}{RC}}$，由此可知，每一时刻都对应着该时刻本身的响应程度，这也与上文中对公式 $C=-\frac{t}{\mathrm{Rln}(1-\mathrm{m})}$

任意存在性的推导相互印证，其意义在于如果我们得到一个电容器零状态响应的 U-t 数据，那么就可以利用其任意时刻的数值计算电容值大小。

进一步拓展，如果固定 m 值大小，那么对于不同的电容在同一电路中进行零状态响应，其响应程度为 m 时对应的从零时刻开始的响应时间段是唯一确定的。

反过来，也是在 m 固定大小的情况下，当确定了响应程度为 m 时对应的响应时间段时，就可以得到其唯一确定的电容值。

基于上文论述，为了简化计算，本项目提出“半响应时段”概念，即计算时取 m=1/2，按满压为 10V 来看，电容从 0V 充到 5V，这一段时间就是半响应时段。

因此公式就得到简化： 其中 $C=\frac{\Delta t}{R\ln 2}$------公式③ △t 是半响应时段。

将得到的公式③代入到公式①中可以得到 $\varepsilon_r=\frac{\Delta t\cdot d}{\varepsilon_0 RS\ln 2}$------公式④

由此对于测量某液体的介电常量，可以将该液体装入安装有平行板电容的玻璃容器中，只需知道满载溶液的厚度、RC 零状态响应的半响应时段、板面积和定值电阻值，带入到公式④中即可得到该液体的介电常量。